~ CURS 6 ~

III.9. Teorema transferului maxim de putere activă

Fie un generator real de curent alternativ care are tensiunea electromotoare $\underline{E}$ și impedanța internă $\underline{Z}_i = R_i + jX_i$ (fig. 3.24), care alimentează un receptor de impedanță complexă $\underline{Z}_s = R_s + jX_s$. Vom determina parametrii impedanței de sarcină, astfel încât să se realizeze transfer maxim de putere activă.

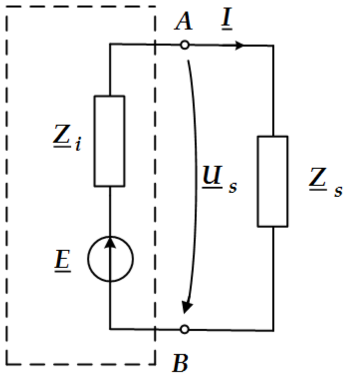


Fig. 3.24. Transferul maxim de putere activă

Conform teoremei a doua a lui Kirchhoff:

$$\underline{Z}_i \cdot \underline{I} + \underline{Z}_s \cdot \underline{I} = \underline{E} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_s} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E}}{(R_i + R_s) + j(X_s + X_i)}$$

$$|\underline{I}| = \frac{E}{\sqrt{(R_s + R_i)^2 + (X_s + X_i)^2}}$$

Puterea primită de receptor este:

$$P = R_s \cdot I^2 = \frac{R_s \cdot E^2}{(R_s + R_i)^2 + (X_s + X_i)^2}$$

O primă maximizare a acestei valori se poate obține în cazul anulării reactanței:

$$X_s + X_i = 0 \Rightarrow \boxed{X_s = -X_i}$$

Atunci puterea devine:

$$P = \frac{R_s \cdot E^2}{(R_s + R_i)^2}$$

A doua condiție de maximizare se obține prin anularea derivatei de ordinul 1 în raport cu R_s:

$$\frac{\partial P}{\partial R_s} = \frac{(R_i + R_s)^2 - 2(R_i + R_s)R_s}{(R_i + R_s)^4} E^2 = \frac{R_i - R_s}{(R_i + R_s)^3} E^2 = 0 \Rightarrow \boxed{R_s = R_i}$$

Din cele două condiții de maximizare rezultă:

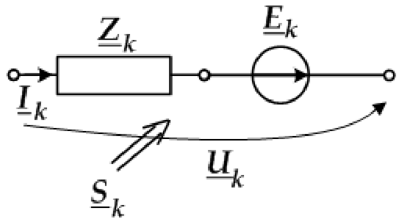
$$\underline{Z}_s = R_i - jX_i \Rightarrow \boxed{\underline{Z}_s = \underline{Z}_i^*}$$

Maximul puterii debitate de generator este:

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4R_i} \qquad \eta = \frac{P_{\max}}{P_{total}} = \frac{R_s \cdot I^2}{(R_s + R_i)I^2} = \frac{R_s}{R_s + R_i}$$

III.10. Teorema conservării puterii

Puterea complexă primită pe la borne în regim sinusoidal de o latură completă de circuit are expresia:



$$\underline{S}_k = \underline{U}_k \cdot \underline{I}_k^*$$

Fig. 3.25. Conservarea puterilor

Enunț: Suma puterilor complexe primite de laturile unui circuit electric în regim sinusoidal, izolat de exterior, este nulă.

$$\sum_{k=1}^{l} \underline{S}_k = 0 \quad \Rightarrow \sum_{k=1}^{l} \underline{U}_k \cdot \underline{I}_k^* = 0$$

Conform teoremei lui Joubert:

$$\underline{U}_k = \underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k + \sum_{p=1, p\neq k}^{l} \underline{Z}_{k_p} \cdot \underline{I}_p - \underline{E}_k \Rightarrow \sum_{k=1}^{i} \underline{E}_k \cdot \underline{I}_k^* = \sum_{k=1}^{l} (\underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k + \sum_{p=1, p\neq k}^{l} \underline{Z}_{k_p} \cdot \underline{I}_p) \underline{I}_k^*$$

Notăm: $\underline{S}_g = \sum_{k=1}^{l} \underline{E}_k \cdot \underline{I}_k^* = \sum_{k=1}^{l} E_k \cdot I_k \cos\varphi_k + j \sum_{k=1}^{l} E_k \cdot I_k \sin\varphi_k \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{S}_g = P_g + jQ_g}$$

Pe de altă parte:

$$\underline{S}_C = \sum_{k=1}^{l} R_k \cdot \left|\underline{I}_k\right|^2 + \sum_{k=1}^{l} \left(j\omega L_k - \frac{j}{\omega C_k}\right) \left|\underline{I}_k\right|^2 + \sum_{k=1}^{l} j\omega L_{k_p} (\underline{I}_k \cdot \underline{I}_p^* + \underline{I}_k^* \cdot \underline{I}_p)$$

Deci: $\boxed{\underline{S}_C = P_C + jQ_C}$

III.11. Compensarea puterii reactive

Rețelele de transport și distribuție a energiei electrice sunt utilizate în condiții optime dacă puterile active sunt maxime și egale cu puterile puterea activă este mai mică decât puterea aparentă și rețeaua este utilizată în aparente $S = P = U \cdot I$. În realitate, din cauza defazajului φ dintre tensiune și curent, puterea activă este mai mică decât puterea aparentă și rețeaua este utilizată în condiții cu atât mai dezavantajoase cu cât factorul de putere este mai mic.

În general, în rețelele electrice de distribuție a energiei electrice, puterea reactivă este de natură inductivă datorită principalilor consumatori inductivi (motoare asincrone, transformatoare etc), dar poate fi și capacitivă în rețelele cu pondere mare de cabluri, astfel încât în anumite situații este necesară injectarea de putere reactivă (în rețelele inductive), iar în altele este necesară consumarea ei (în rețelele capacitive).

Această compensare se poate face dinamic (mașini sincrone funcționând în regim supraexcitat sau subexcitat) sau static (punți de bobine și condensatoare comandate cu punți de tiristoare). Static, compensarea factorului de putere în regim periodic ne sinusoidal se poate face cu bobine (rețelele capacitive), respectiv cu condensatoare (rețele inductive). Cum în practică acest caz este mai des întâlnit, în cele ce urmează vom prezenta calculul dimensionării capacității condensatorului pentru compensarea puterii reactive.

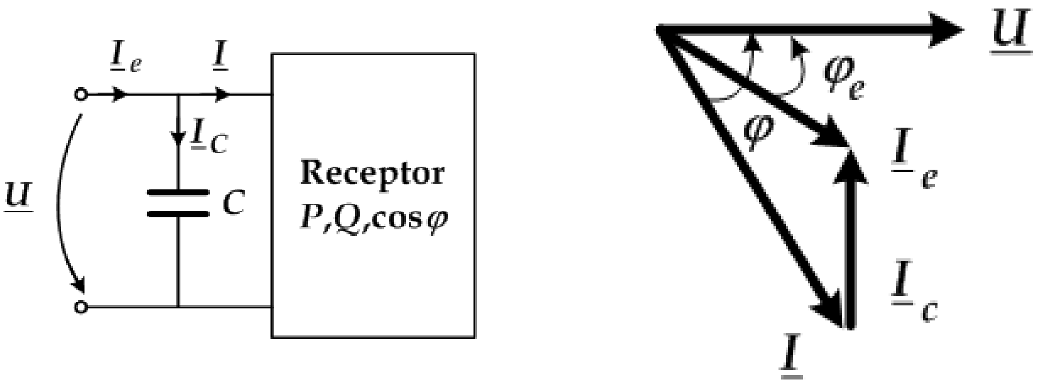


Fig. 3.26. Compensarea puterii reactive

$$P_e = P + P_C \text{ și } Q_e = Q + Q_C$$

$\rightarrow P_C = 0 \Rightarrow P_e = P_C$

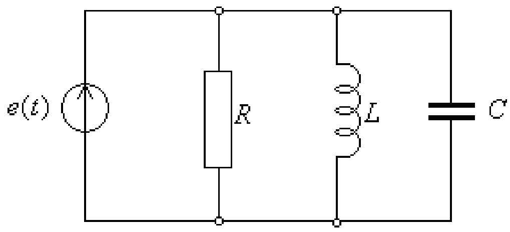
$\rightarrow Q_C = -\omega \cdot C \cdot U^2 \Rightarrow Q_e = Q - \omega \cdot C \cdot U^2$

$$Q_e = P_e \cdot \text{tg}\varphi_e = P \cdot \text{tg}\varphi_e \quad si \quad Q = P \cdot \text{tg}\varphi$$

$$\Rightarrow P \cdot \text{tg}\varphi - P \cdot \text{tg}\varphi_e = \omega \cdot C \cdot U^2 \Rightarrow C = \frac{P(\text{tg}\varphi - \text{tg}\varphi_e)}{\omega U^2}$$

III.12. Aplicații

1. Pentru circuitul din figură se cunosc următoarele date: $R = 10\,\Omega$, $L = 100\text{mH}$, $C = 2\text{mF}$, $e(t) = 20\sqrt{2} \cdot \sin\left(100t + \frac{\pi}{2}\right)[\text{V}]$. Calculați curenții și tensiunile pe fiecare element. Verificați bilanțul puterilor.



2.